

初期宇宙と宇宙マイクロ波背景放射

はじめに

この資料は、神戸大学天文研究会宇宙科学班の2012年度勉強会の第2回目の資料として、担当者が作成したものです。担当者の浅学のため、明らかに誤りのある箇所が散見されると思いますが、それはすべて資料作成者に非があります。参考文献に、責任は小さいありません。

さて、私たちの生きているこの宇宙空間がどうやってできたか（そもそも宇宙に「はじまり」はあったのか？）、というのは少しでも自然科学に興味のある方ならば、誰でも一度は気にすることだと思います。今回は、「初期宇宙と宇宙マイクロ波背景放射」というタイトルで発表をさせていただきます。なお、今回扱う「初期宇宙」の「初期」はかなり初めのほうに限定して使っています。すなわち、星などの大きな物体が形成されるような段階まで話は全く進みません。原子さえも存在しなかったようなそんな初期段階の話がメインになってきます。もしそういう話を期待していた方がいましたら、本当に申し訳ありません。また、基本的に「お話」が中心なので、すでにご存知の方には退屈かもしれません。最後の方で少しだけ（？）自分の趣味に走りますが、上記の場合も含めて興味のない方は遠慮なく退出してください（笑）。また、資料の内容でよくわからない点に関しては、その都度遠慮なく質問してください。答えられる範囲で頑張って答えます。

なお、資料中の文章は基本的に常体で、割とどうでもいいコメントに関しては敬体プラス口語で書きます。

目次

| | | |
|-----|-----------------------|----|
| 1 | 宇宙に始まりはあるか？ | 3 |
| 2 | 初期宇宙を知るための予備知識 | 3 |
| 2.1 | 光子と電磁波 | 3 |
| 2.2 | CMB 放射 | 5 |
| 2.3 | エネルギーと質量 | 7 |
| 2.4 | 基本的な粒子 | 7 |
| 2.5 | 赤方偏移と Hubble の法則 | 8 |
| 3 | ビックバン宇宙論による初期宇宙 | 9 |
| 3.1 | 始まり（？）から100分の1秒まで | 9 |
| 3.2 | しきい温度 | 9 |
| 3.3 | 最初の3分間 | 10 |
| 3.4 | 宇宙の晴上りまで（宇宙年齢4万9000歳） | 10 |

| | | |
|-----|-------------------------|----|
| 4 | 実際はどれくらい膨張しているか？ | 11 |
| 4.1 | バネの運動と電磁波の等価性 | 11 |
| 4.2 | 光のドップラー効果 | 12 |
| 4.3 | 膨張率の評価 | 12 |

参考文献

- [1] S・ワインバーグ：『宇宙創世 はじめの3分間』（ちくま学芸文庫, 2008）

今回の元ネタとなった本です。一般向けに書かれているのでどなたでも読めます。さらに詳しい話や歴史的背景が知りたくなった方は、ぜひ読むことをオススメします。今回は邦訳されたものを使用しましたが、原著で読む方が絶対にいいです。（僕も改めて原著版で読もうと思います。）

- [2] 牧二郎, 林浩一：『パリティ物理学コース 素粒子物理』（丸善, 1995）

素粒子関連の話題は主にこれを参考にしました。

- [3] 田崎晴明：『統計力学 I, II』（培風館, 2008）

後半の議論の元ネタです。より正確な議論をしりたいかたは是非。（やや物理学科向け）

- [4] Wikipedia, ビックバン,

<http://ja.wikipedia.org/wiki/%E3%83%93%E3%83%83%E3%82%B0%E3%83%90%E3%83%B3>

ビックバン宇宙論の生い立ちに関する部分は結構参考にしちゃいました。余談で話したことも今回文章化したので表記。信用に足る文献かどうかはもちろん謎なので、鵜呑みにしないでください。

1 宇宙に始まりはあるか？

われわれの宇宙はどういうものか？この問いに答えるためのモデルのうち、有名なものとして、つぎの二つがある。

定常宇宙論 (steady state cosmology) 1948年に Fred Hoyle, Thomas Gold, Hermann Bondi らによって提唱された。非常に荒っぽくいってしまえば、宇宙に始まりなどない (!?) という理論。^{*1}

ビッグバン宇宙論 (big bang cosmology) Georges-Henri Lemaitre が提唱し、George Gamow が発展させた。簡単にいえば、この宇宙には始まりがあって、爆発的に膨張していまに至るという理論。^{*2}

実際どちらが (より) 正しいかは、さまざまな実験結果を通して判断するしかない。

現在標準的とされているビッグバン宇宙論の有力性が決定的になったのは、**宇宙マイクロ波背景放射 (cosmic microwave background radiation)** とよばれる電磁波 (輻射) の観測であった。以下では略して CMB 放射とよぶことにする。

ハッブルの観測結果を説明するもうひとつの方法は、従来通りに「宇宙に始まりなどなく、定常である」とする説を採用することである。フレッド・ホイルは「宇宙に始まりがあった」という考えをとことん嫌い抜いていた。「定常モデル」では銀河が互いに遠ざかるに従って、あとに残った空間に新しい物質が現れ出て、それが固まることで新たな銀河を形成してゆくとし、これにより宇宙の物質密度が一定に保たれるとした。このモデルでは大まかに言えば、宇宙はいつでも同じように見えることになる。これは「宇宙は永遠で無限だから偉大なのだ」と考える科学者たちの心をつかんだ。おまけにホイルの説はビッグバン説よりエレガントだった。物理学者らはエレガント好きなのでそれを好んだ。ハッブルまでも定常説が自然だと見なした。ルメートルの理論にビッグバン (Big Bang) という名前を付けたのはホイルで、1949年のBBCのラジオ番組 The Nature of Things の中で彼がルメートルのモデルを "this 'big bang' idea (この大ボラ)" とからかうように呼んだのが始まりであるとされている。これがほんとうなら、結構な皮肉である。

2 初期宇宙を知るための予備知識

2.1 光子と電磁波

2.1.1 電磁波と熱平衡

物質はすべて原子から構成されている。そしてこの原子は、陽子、中性子、電子からなっているのだが、電子は熱振動によって電磁波を放射することがわかっている。すなわち、どんな (絶対零度でない) 物質も (もちろん我々自身も) 電磁波を放出している。この電磁波のエネルギー密度は、物質の種類によらず、物質の温度のみに依存している。これは、平衡状態においては少数のパラメーター (たとえば、温度や体積など) のみで状態が完

^{*1} 一般相対性理論の下では静的な宇宙は存在できないという理論的計算や、宇宙が膨張していることを示すエドウィン・ハッブルの観測を受けて考え出された。定常宇宙論では、宇宙は膨張しているが、にもかかわらず宇宙は時間とともに変化しないと主張する。この主張が成り立つためには、宇宙の密度を不変に保つために新たな物質が時間とともに絶えず生成されている必要がある。

^{*2} 遠方の銀河がハッブルの法則に従って遠ざかっているという観測事実を、一般相対性理論を適用して解釈すれば宇宙が膨張しているという結論が得られるらしい。宇宙膨張を過去へとさかのぼれば、宇宙の初期には全ての物質とエネルギーが一カ所に集まる高温・高密度状態にあったことになる。この初期状態、またはこの状態からの爆発的膨張をビッグバンという。この高温・高密度の状態よりさらに以前については、一般相対性理論によれば重力的特異点になるが、物理学者たちの間でこの時点の宇宙に何が起きたかについては広く合意されているモデルはない。

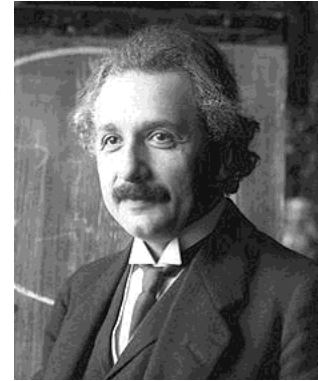
全に決定されるという、平衡状態の熱力学の要請からの帰結である*3。

したがって、逆に放出された電磁波のエネルギー密度が分かれば、平衡状態にある物質の温度がわかるのである。「わざわざそんな面倒くさいことをしなくても直接温度を測ればいいじゃないか」と思うかもしれないが、例えば太陽の温度を普通の温度計で直接測れるだろうか？また、何億光年も離れた星の温度を直接測りにいけるだろうか？物質から放出された電磁波のエネルギーを測ることでその物質の温度を測るという方法は、我々が直接温度を測れないようなものの温度を測るためには、非常に便利な方法なのである。

*3 つまり、平衡状態がどういう具合かさえ分かっしまえば、それ以前の情報は全くわからなくてもいいのである！この事実は、あとで非常に重要になってくる。

2.1.2 光量子仮説（粒と波の関係）

電磁気学の基本方程式とされる Maxwell 方程式から、光は電磁波であるという事実が示唆される。電磁波を記述する方程式から得られる波の解が、光速で伝播することが分かるからである。事実、日常的に光は波だと考えることができる。光の回折現象などは、光が波の性質を持っていると考えないとうまく説明できなかつた。だが、それだけではうまく説明できない事実もたくさんある。ご存知かの有名な Albert Einstein は、「光は波ではなく、エネルギーを持つ粒として考えればいい」という**光量子仮説**を提唱した^{*4}。現在、光はミクロなスケールでは、粒子の性質を示すことが明らかになっている^{*5}。正確には、光だけではなくすべての粒子は「粒の性質を示すし、同時に波の性質も示す」ということが分かっている。いまから問題になる宇宙の初期では、光は「波」だと思ふよりは「粒」だと思ふ方が、物事が理解しやすい。光を粒子だと見なした「ひとつぶひとつぶ」を**フォトン**(photon)と呼んでいる。フォトンには電荷も質量も持っていないが、エネルギーや運動量を運ぶ実在の粒子である。



2.2 CMB 放射

2.2.1 Planck 分布

熱平衡状態にある物体は、その物質の種類によらず温度のみに依存して電磁波を放出する。この放出された電磁波のエネルギー密度は先程述べたように温度のみに依存するのだが、エネルギーの分布は電磁波の波長の長さにも依存する。その分布は発見者の Max Planck にちなんで、**Planck 分布**とよばれている^{*6}。逆に、観測した電磁波のエネルギー分布が Planck 分布に近ければ、その電磁波は熱平衡状態にある物質から放出されたものであると考えることができる。

導出は省くとして、角振動数についての分布として書くか、波長についての分布として書くかで、Planck 分布は次のような式で与えられている。

$$\frac{du}{d\lambda} = \frac{16\pi^2 \hbar c}{\lambda^5} \frac{1}{e^{2\pi \hbar c / kT\lambda} - 1} \quad (2.1)$$

$$\frac{du}{d\omega} = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \frac{\omega^3}{e^{\hbar\omega/kT} - 1} \quad (2.2)$$

ただし、温度は固定してある。また、波長 λ によるエネルギー分布の図は下図のようになる。

^{*4} Einstein といえば「相対性理論」を思い浮かべる人が多いかもしれませんが、光電子仮説をはじめ、実際には物理学史に名が残るような業績を数多く残しています。さすが、20 世紀最高の物理学者の名は伊達じゃないといった所でしょうか。

^{*5} 実際、ナトリウムランプなどから発せられる橙色の光（波長の長さが約 600[nm]）を 60W の光源から発するとき、1 秒あたりに光源から発せられる光子の数は 10^{20} 個にも相当する。（実際に求めるには、 $60[\text{W}(\text{J/s})]$ を Planck 定数 $h \simeq 6.6 \times 10^{-34} [\text{J/s}]$ にこの光の振動数をかけたもの（これが光子が持つエネルギー）で割ってやればよい）このようにたくさんの光子が放出されているので、日常的に光が粒子であることに気がつかなくても何ら不思議はない。

^{*6} 正式には、Max Karl Ernst Ludwig Planck さんです。量子論の父とも呼ばれています。Planck 定数 $h \simeq 6.6 \times 10^{-34} [\text{J/s}]$ は彼がエネルギー量子仮説（エネルギーはいくらでも細分できるような連続的な量ではなく、振動数 ν を有する輻射（電磁波）のエネルギーは、 $h\nu$ という量の整数倍しかとることができない。）を提唱したときに現れた定数です。次の式申にでてくる定数には h には横線が入ってあって \hbar となっていますが、これは $h/2\pi$ という量で Dirac 定数と呼ばれています。実際には、Planck 定数の 2π 分の 1 という量が非常によく現れるため、式を煩雑にしないために h のほうがよく使われている印象があります。

2.2.2 歴史的なお話

■偶然の発見 1964年、ベル電話研究所は、ニュージャージー州ホルムデルのクロフォード・ヒルで銀河面から離れたところで我々の銀河系から放たれる電波の強度を測ろうと考えていた。波長の範囲を絞って測定をしたところ、方向に関係なく波長7.35[cm]のところである程度のマイクロ波雑音が確かに受信されることを見つけた。さらに、このマイクロ波は方向だけでなく季節や時間にも関係しないことがわかった。我々の銀河系からやってきたものだとすると、あらゆる点で我々の銀河系と似ているアンドロメダ星雲(M31)も同じ波長の放射を放っていることが予想されるが、そんなものは観測されたことはなかったし、方向によらないというのはおかしいことになる。その電波は、もっと宇宙の大きい領域からやってきたものであることが示唆されているのである！これが**宇宙マイクロ波背景放射**(cosmic microwave background radiation)である。CMB放射は、そのエネルギー分布(Planck分布)から、宇宙の放射がかつて平衡状態にあったことの強い根拠になっている。また、そのエネルギー分布から、等価温度はだいたい3[K]程度であることが分かっている。

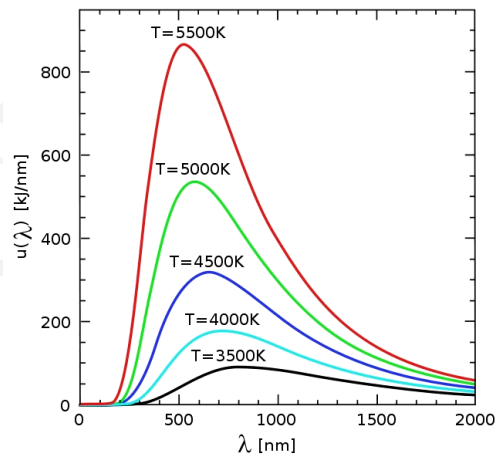


Fig1 Planck 分布

2.2.3 フォトンのエネルギー密度

■フォトンの典型的な波長は温度に反比例する 統計力学の基本的な原理から典型的なフォトンの持つエネルギーは、温度に比例する。また、先程述べた Einstein による光量子仮説によると、光子の波長の長さは、そのエネルギーに反比例する。このふたつをあわせることによって、フォトンの典型的な波長は温度に反比例することがわかる。

■フォトンの個数密度は、温度の3乗に比例する フォトンの典型的な波長が温度に反比例するので、フォトン間の平均距離もだいたい温度に反比例することが期待される。一定体積中に一様に分布した物質は、その平均距離の3乗に逆比例するから、黒体放射においては、与えられた体積中のフォトンの数は、温度の3乗に比例する。

■フォトンのエネルギー密度は温度の4乗に比例する これらのことを総合して、黒体放射のエネルギー量について1つの結論をだすことができる。1リットルあたりのエネルギー、つまりエネルギー密度は1リットル中にあるフォトンの数に、フォトン1個あたりの平均エネルギーを単にかければよい。上で述べたように、1リットル中にあるフォトンの数は、温度の3乗に比例する。そして、フォトンの持つ平均エネルギーは、温度に比例する。従って、フォトンのエネルギー密度は温度の4乗に比例する！

2.2.4 簡単な考察

この放射のエネルギー分布から得られる等価温度3[K]は宇宙の初めの3分間の歴史を追うのに必要な重要な量の一つを決定する。先程述べたように、与えられたどんな温度においても、単位体積中に含まれるフォトンの数は典型的な波長の3乗に逆比例し、従って温度の3乗に比例する。

1[K]の温度に対して2万282.9[個/リットル]のフォトンがあるので、3[K]の放射背景には55万[個/リットル]のフォトンが含まれている。しかし、現在の宇宙における核子(陽子と中性子)の密度は1000リットルに

つきたった 0.03 個から 6 個の間程度なのである。核密度の実際の値によって、現在の宇宙の核子 1 個について 1 億から 200 億個の光子が存在することになる。（これは非常に重要な定量的な結論である！）以下では簡単のために、1 個の核子に対して 10 億個の光子があったとする。ようするに、核子（陽子と中性子）の数に比べて光子（電磁波）の数の方が圧倒的に多かったのである。この事実から、電子が原子に捕獲されるほど十分に宇宙の温度が下がるまでは、銀河や星への物質の分化は始まることができなかったということが結論できる。

2.3 エネルギーと質量

宇宙の始まりには何があったか？素粒子物理学の結論として、物質が現れる前には本当に「なにもなかった」つまり、「真空」だったということが分かっている。ただし「真空」といっても、日常的に用いる「何もない」という意味での真空かという若干の語弊がある。たしかに物質と呼ばれるもの（質量を持ったもの！）はなかったが、そのかわり、真空は「エネルギー」で満ちていたのである。ところで、(特殊)相対性理論の帰結として、質量とエネルギーの等価性が予言された^{*7}。

$$E = m_0c^2 + (\text{Kinetic term}) \quad (2.3)$$

つまり、質量はエネルギーに変換可能なのである。逆に言えば、エネルギーさえあれば（ただし、とても膨大な）質量を持った物質を作ることでもできるというのだ。日常的なレベルでは質量とエネルギーが変換し合う様子をみることはまずないが、この予言が正しいことは実際に検証されている。エネルギーが質量をもった粒子にかわり、星やわれわれを構成する物質を生み出したのだ。

2.4 基本的な粒子

では宇宙が始まるといきなり銀河系が誕生し、惑星が現れたかという、そういうわけでもない。（物事はそんなにいっぺんには進まなかった！）物質を構成する基本的な要素として原子（atom = a-tom = 不-分割 すなわち、分割不可能なもの）というものが存在することはご存知だと思うが、じつは、原子もまたもっと小さい基本的な粒子（elemental particle）から構成されているのである。

2.4.1 クォーク

■基本となる6つのクォーク 陽子や中性子はクォーク(quark)と呼ばれる素粒子3つからできている。一般に、クォーク3つからなる粒子をバリオン(baryon)とよぶ。クォークは量子数とよばれるパラメーターの違いによって6種類あり、これらをフレーバー(flavor)といたりする^{*8}。それぞれ、u (アップ)、d (ダウン)、c (チャーム)、s (ストレンジ)、t (トップ)、b (ボトム)と呼ばれている。いずれも電荷を持っていて、電子の電荷を $-e$ とすると、電荷 Q が $+(2/3)e$ のものと $-(1/3)e$ のものの2種類に分けられて、この2つが”ペア”を作っている。この”ペア”は3つあり、これらを世代 (family, generation) によって、Table 1 のように区別する^{*9}。これらのクォーク3つを組み合わせることによって種々のバリオンがつくられるのである。

^{*7} 巷でよく $E = mc^2$ という表記をみかけるが、これは特殊な場合なので（シンプルで印象こそ強いが）本当なあまりよろしくない。正確には、 $E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$ となる。（ p は運動量である。）この表記からは負のエネルギー解の存在が示唆される。（これが反粒子を見つける契機となった！）

^{*8} 直訳すれば「香り」になるが、当然匂いの違いで分類している訳ではなく、特に意味はない

^{*9} なぜ世代が3つなのか（もしくはそれ以上! ?）は、未解決問題らしいです。

■**反粒子** さらに、各々のクォークには、電荷のような量子数の符号を反転させたような粒子が存在する。このような粒子を**反粒子** (antiparticle) と呼んでいる。たとえば、電子 (electron) の反粒子は陽電子 (positron) とよばれている。文字通り、電荷が大きさは電子と同じで、符号が正の粒子である。粒子と対応する反粒子は衝突すると消滅し、それに見合ったエネルギーを輻射の形で放出する。陽電子がきわめて稀にしか存在しないのはそのためである。

■**ハドロン** そして、クォーク q の反粒子を \bar{q} と表したとき、 q と \bar{q} の対によって作られる粒子が存在する。この粒子のことを中間子または**メソン**(meson) と呼ぶ。バリオンやメソンなどのクォークの組み合わせから作られる粒子を**ハドロン**(hadron) とよぶ。宇宙が誕生してしばらくの間は、この粒子たちが主役となる。

Table1 クォーク (q) の分類

| 電荷 Q | 第一世代 | 第二世代 | 第三世代 |
|-----------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $+\frac{2}{3}e$ | \textcircled{u} u クォーク | \textcircled{c} c クォーク | \textcircled{t} t クォーク |
| $-\frac{1}{3}e$ | \textcircled{d} d クォーク | \textcircled{s} s クォーク | \textcircled{b} b クォーク |

Table2 クォークおよびクォークから構成される粒子の例



2.4.2 レプトン

ハドロンと異なり、電子のように強い相互作用を持たない粒子は、それ自体構造のない粒子と見なされる。このような粒子を総称して、**レプトン**(lepton) と呼ぶ。電子 e^- はそれに対応するニュートリノ ν_e があり、ミュー粒子 μ^- にも対応するニュートリノ ν_μ がある。クォークと同様に、レプトンもこの2つでそれぞれ“ペア”を作っている。(レプトンも3世代を持っている。)

2.5 赤方偏移と Hubble の法則

ビッグバン宇宙論の根拠として決定的だったものは CMB 放射であったが、もうひとつ (CMB 放射の発見よりも先に) その正当性を大きく支持したのが、アメリカの天文学者 Hubble による**赤方偏移**の観測の結果であった。Hubble はいろいろな銀河を観測し、それらから来る光の波長が長くなっている、すなわち色が赤い方へ偏移していることを観測した。一方、光のドップラー効果により、近づいてくる光は青い光の方 (波長の短い方)、遠ざかってゆく光は赤い光の方 (波長の長い方) へずれる。Hubble は遠くの銀河が我々から遠ざかっていること

に気づいたのである。

Hubble は銀河の後退速度 (v) と銀河までの距離 (R) が比例することを発見した。すなわち、その比例定数を H として次のような関係があるというのだ。

$$v = HR \tag{2.4}$$

H の逆数の値はおよそ 138 億年であり、現在知られている宇宙年齢の 137 億年とかなり近い。実際、Hubble 定数は宇宙の大きさや年齢の目安を与え、宇宙という巨大な系を理解する上で非常に大きな役割を果たしたのである。

さて、遠くの銀河ほど早く遠ざかっていっているということは、逆にたどれば宇宙は元々 1 点に集中していたのではないか？という考えが浮かんでも不思議ではないだろう。そして、現在ではこの考えは正しいと考えられている。

3 ビックバン宇宙論による初期宇宙

3.1 始まり (?) から 100 分の 1 秒まで

本当の初期の宇宙は、今日と同じ物理法則で支配されていたという訳ではなかった。いまと同じ物理法則に支配されるようになったのは、宇宙が誕生してから 100 分の 1 秒ほどたってからだとされている。このころには質量を持ったクォークはすでに誕生して、3つの組を作って陽子や中性子を作ってしまった。この辺りの話をすると、さらに予備知識が必要になりそうなので、今回は割愛する。(好評であれば、次の担当回(?)にこのあたりをやるかもしれません。この辺りの話は特に、よくわかっていない所もたくさんあるみたいです。)

3.2 しきい温度

■エネルギーから物質粒子へ フォトン 1 個 1 個のエネルギーが十分に高かった頃、宇宙のエネルギーの大部分は質量ではなく輻射の形をとっていた。宇宙の歴史をよりさかのぼっていくにつれ、温度があまりにも高くて、フォトン相互の衝突によって、純粋なエネルギーから物質粒子を生成できるような時期に行き当たった。従って、ごく初期の宇宙でどんなことがおこったかを知るためには、輻射のエネルギーから大量の物質粒子を生成するには宇宙がどれほど熱くなければならなかったかを知る必要がある。フォトンの対が衝突すると、フォトンたちは消失し、粒子とその反粒子の対(物質粒子)が生成される場合がある。(先ほどの粒子と反粒子の対消滅の反対の反応である。これは実際に実験で、間接的にだが確認されている!) ところで、(2.3) 式のように質量を持つということはそれだけ莫大なエネルギーを有するという

ことだから、フォトンの対の消失によって質量を持った物質が生成されるとすると、フォトンの対が元々持っていたエネルギーのほうが、質量と等価なエネルギーよりも大きくなければ、質量を生み出すことはできない。フォトンの平均エネルギーは温度に比例しているから、宇宙の温度によって生成し得た粒子とそうでない粒子

Table3 素粒子のしきい温度

| | 粒子の種類 | しきい温度 [10 億 K] |
|------|-----------------|----------------|
| | フォトン | 0 |
| レプトン | ニュートリノ | 0 |
| | 電子 | 5.930 |
| | ミュー粒子 | 1226.2 |
| ハドロン | パイ中間子 π^0 | 1556.2 |
| | パイ中間子 π^\pm | 1619.7 |
| | 陽子 | 10888 |
| | 中性子 | 10903 |

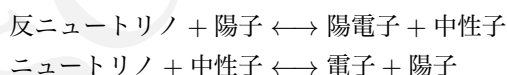
がわかるだろう。平均エネルギーと温度の比例定数は、Boltzman 定数とよばれており、 $1.38 \times 10^{-23}[\text{J/K}]$ 程度の大きさを持つ。これで、ある粒子の静止エネルギー（質量 \times (光速度)²）を割ってやると、その粒子が生成されるために必要最低限の温度が分かる。実際の値は Table 3 のようになる。

3.3 最初の3分間

■主役はフォトン, 電子, ニュートリノ 宇宙の温度は $10^{11}[\text{K}]$ (1000 億度) である。この段階の宇宙は急速に膨張し、従って冷却している。多量に存在する粒子はしきい温度が 1000 億度より小さい粒子であり、それは電子とその反粒子である陽電子、そして質量のない粒子であるフォトン、ニュートリノ、および反ニュートリノである。宇宙の密度は非常に大きいため、鉛のレンガの中でも散乱されることなく何年にもわたって通過することのできるニュートリノでさえも、ほかの粒子たちやニュートリノ同士と急速に衝突することによって、それらと熱平衡にあった。

この頃はまだ物質とっていい物質はほぼ存在しないに等しく、10 億個のフォトンや電子、ニュートリノに対して 1 個の割合で陽子や中性子といった核子が存在するといった程度である。

中性子や陽子が、遥かに多く存在している電子や陽電子たちと衝突すると、陽子から中性子への遷移やその逆が急速におこる。



フォトンに対するレプトンの数および電荷が非常に小さい（と仮定している）ので、ニュートリノと反ニュートリノとはほとんど厳密に同数だけあり、電子とほとんど厳密に同数の陽子がある。従って、陽子から中性子への遷移は、中性子から陽子への遷移と同じくらい速い。

つまり、この段階において陽子と中性子の数はほとんど等しいということになる。この陽子と中性子はまだ結合して原子核になることはない。なぜならば、一般的な原子核を破壊するのに必要なエネルギーに相当する温度よりも、宇宙の温度 1000 億度ははるかに高いからである。

■いまだ生成されぬ原子 だが、宇宙の膨張とともに宇宙の温度はどんどん下がっていき、しだいに陽子の数が中性子の数を上回ってゆく（比率が高くなる）^{*10}。

三分ほどたった頃は、陽子（水素原子核）、ヘリウム原子核、電子、フォトンが主役になる。まだ電子と原子核は電離したままで、従って電子とフォトン（電磁波）は散乱し、フォトンほかの粒子たちと頻りにエネルギーのやり取りをしていることになる。したがって、この時点においても、これらの粒子たちが一種の熱平衡状態になっていたはずである。従って、電磁波のエネルギー分布は Planck 分布になっていたはずである。

3.4 宇宙の晴上りまで（宇宙年齢4万9000歳）

時間が経つと宇宙は膨張して冷え、原子核と電子とが結びついて原子になる程度まで低い温度 (3000[K]) に達する。自由な電子が突然消えてしまったことによって、物質と電磁波の間の接触は絶たれ、その後は輻射は自由に膨張し続けた。逆に、それまでは電磁波は物質と接触を繰り返してしまうため、遠くまで届かないという事態に陥っていたのである。光という電磁波が自由に膨張できるようになったこの瞬間、宇宙はこの光を放出して明るくなる。つまり、これ以降の出来事は光が伝播していくので我々の肉眼で光をみることができ（つまり、

^{*10} 陽子の方が中性子に比べると、比較的重いからである。

何らかの方法で観測ができる), それ以前の宇宙に関してはどう頑張っても不可能なのだ. この瞬間宇宙の年齢は4万9000年であった. これを「宇宙の晴れ上がり」と呼んでいる. この晴れ上がりがおこる直前までは, 先程述べたように電磁波のエネルギー分布は Planck 分布に従っていたはずである. この後放出された電磁波たちは物質と相互作用することなく宇宙空間全体へと広がっていく. この電磁波こそが, CMB 放射である. つまり, CMB 放射は宇宙がまだ「見えなかった」頃に置き去りにされた, 初期宇宙の記憶の一部なのだ.

4 実際はどれくらい膨張しているか?

ビッグバン宇宙論によると, 宇宙は膨張しているというのが, 実際の所どれほど膨張しているのだろうか? 「宇宙の晴れ上がり」の時期から現在に至るまでに, 宇宙はどれほど膨張したかを計算してみよう. 以下で, そのために必要な最低限 (と私が勝手に考える) の予備知識を説明し, 実際に計算してみる (計算自体はとっても簡単で, ただの割り算) . *11

4.1 バネの運動と電磁波の等価性

空間に満ちた電磁場のエネルギー (の平均値) は, $\hbar\omega$ に比例するとみなせる. これを認めるために, 申し訳程度にこれが正しいことを説明する. ここからは量子論の結果が必要になるのだが, 結果だけ書くと, 量子化された調和振動子 (ばねのついたおもり) のエネルギーは (定数項をのぞくと) $\hbar\omega$ に比例する. 実は, これと (真空中での) 電磁場は物理現象を説明するモデルとして等価なのである.

突然だが, バネのついたおもり (質点) の運動 (以下, 調和振動子とよぶ) を考えてみよう. バネが全くのびていない状態 (このときのバネの長さを自然長さという) から, 一定の長さだけバネについたおもりを引っ張り, そのあと静かに離す. 容易に想像できるように, おもりは一定の周期で往復運動をするだろう. いま, このバネのもつエネルギーを考えてみる. このおもりとバネのもつ, ある時刻におけるエネルギー E_{ho} は, おもりの速さを $v(= dx/dt)$, 質量を m , バネの自然長からの伸びを x , バネ定数を $k(= m\omega^2)$ とすると, 次のようになる.

$$E_{\text{ho}} = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 + \frac{1}{2}mv^2. \quad (4.1)$$

ずいぶんと面白くないことを長々と述べているが, エネルギーが速さ $v(= dx/dt)$ と伸び x という二つのパラメーターの二乗に比例する項の和からなっていることだけ注意しておいてほしい. 続いて電磁波のエネルギーをみよう. 電磁場のエネルギー (密度) \mathcal{E}_{em} は, 電場の大きさを E , 磁場の大きさを B として, つぎのように書ける.

$$\mathcal{E}_{\text{em}} = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2. \quad (4.2)$$

電磁波のエネルギーが (4.2) のように書けることを初めて知った方は, こういうふうになると認めてもらうしかないが, E と B の二乗に比例する項の和になっていることに注目してほしい. 次のように対応させると, これは調和振動子のもつエネルギーと非常に似ていることがわかる.

$$E \longleftrightarrow x,$$

*11 なるべく難しくならないように努力はしましたが, 聞き慣れないことを色々やって難しいと感じる所があるかもしれません. おそらく簡単にしたための弊害もあります. 気になることがあれば遠慮なく質問してください. 可能な限り対応します. また, もっとちゃんとした (?) 議論を知りたい方は, [3] を参考にしてください.

$$B \longleftrightarrow v(= dx/dt).$$

よくよく考えると、電磁波は波という”振動”である。そういう意味でも、この二つの”振動”は何か関係がある気がしてこないだろうか？

まとめると、古典的 (Newton 力学的) なバネと電磁場には対応関係があるので、量子力学的に、つまりマイクロなスケールでそれぞれの対応物を考えたときにも対応関係があると期待される。従って、量子的なバネのエネルギーについて言えることは、量子化された電磁場についても言えるのではないだろうかということである*12。

*13

4.2 光のドップラー効果

簡単のために、われわれの宇宙は半径が時間とともに変化する $a(t)$ の、3次元球面であるとしよう。「晴れ上がり」の時刻を $t=0$ 、現在の時刻を $t=T$ とする。「晴れ上がり」の瞬間に宇宙のある一点を出発した光が現在までの間に進む距離は、光速度が $c/a(t)$ のように時間に依存することに注意すると*14、

$$\int_0^T c/a(t)dt$$

となる。

こんどは $t = \Delta t$ に最初と同じ一点を出発した光が、先ほどと同じ終着点に達する時刻を $t = T + \Delta T$ とする。この光が進んだ距離は、

$$\int_{\Delta t}^{T+\Delta T} c/a(t)dt$$

となる。このふたつが我々の座標では等距離であるから、 $\Delta T, \Delta t$ が小さい極限で

$$\frac{\Delta t}{a(0)} = \frac{\Delta T}{a(T)} \quad (4.3)$$

という関係が得られる。 Δt を「晴れ上がり」の際の光の周期にとれば、 ΔT は現在の地球で観測したときの光の周期になっているはずである。

4.3 膨張率の評価

このドップラー効果によって、仮に宇宙の半径が現在までに A 倍になっていたとすると、波の周期はもとの A 倍になる。従って、波長の長さも A 倍になる。また当然だが、宇宙の体積はそれに伴って A^3 倍になる。

これらを (2.1) 式をエネルギー密度ではなくエネルギーそのものにした表式 (密度に体積をかけたもの) に代入してみると、エネルギーそのものは、波長 λ が A 倍されると $1/A$ 倍される () ことに注意して、

$$\frac{du'(A^{-3}V')}{A} = \frac{A^{-3}V'}{A} \cdot \frac{16\pi^2\hbar c}{(\lambda'/A)^5} \frac{d(\lambda'/A)}{e^{2\pi\hbar c/kT(\lambda'/A)} - 1}$$

*12 実際はそのまま対応をとってしまうとエネルギーが発散してしまったりするので、もう一工夫 (「くりこみ (renormalization)」) が 必要です。だいたい $\hbar\omega$ に比例するなど書いたのはそのためです。

*13 当然これだけでこの二つの”モデル”が等価だというのは短絡的すぎる。

*14 光が進行している間にも宇宙は膨張していて、2点間の距離は広がり続けているため、光速度が変化したように見えますが、これは特殊相対性理論における「光速不変の原理」に反していません。なぜでしょう？

$$\therefore du' = \frac{16\pi^2 \hbar c}{\lambda'^5} \frac{d\lambda'}{e^{2\pi \hbar c / k(T/A)\lambda'} - 1} \quad (4.4)$$

従って, (4.4) 式はもとの分布で温度 T を $1/A$ 倍したものと分かる. これが我々が実際に観測する (CMB 放射の) エネルギー分布なので, 等価温度が $2.73[\text{K}]$, 宇宙が晴れ上がった時期の温度が約 $3000[\text{K}]$ だったことを思い出すと, 膨張率 A は $3000/2.73 \simeq 1000$ となる. つまり, 現在の宇宙は「晴れ上がり」の時期から比べておよそ 1000 倍も膨張していることが分かる.