

高校物理から大学物理へ

Newton の運動方程式って何？

赤坂奎茉

天文研究部 宇宙科学班

4月23日

このスライドについて

- 物質に関する文字は緑色で書いています
- 力や場に関する文字は青色で書いています
- 強調したい事は赤色で書いています

参考文献は朝倉物理学体系 山本義隆・中村孔一著 解析力学 I です

場について軽く説明

空間には正体の分からないナニカがある
そのナニカが, **物質**に力を及ぼす(伝える)と考える
→ これを「**場**」と呼ぶ

e.g.) **物質**を空間に置けば**重力場**から**重力**を受ける

位置と速度と加速度

位置 $\mathbf{r}(t)$ と速度 $\mathbf{v}(t)$ と加速度 $\mathbf{a}(t)$ の間には

$$\mathbf{a}(t) = \frac{d^2\mathbf{r}(t)}{dt^2} = \frac{d\mathbf{v}(t)}{dt}$$

という関係がある

→ 位置, 速度, 加速度のいずれかが分かれば他の情報も分かる

物質の加速度が分かれば, 物質の位置が決まる！！

運動方程式

そもそも Newton 力学って何？

3次元 Euclid 空間 \mathbf{R}^3 内の N 個の質点の運動を考える
質点の運動は **Newton の運動方程式** より

$$m_\alpha \frac{d^2 \mathbf{r}_\alpha}{dt^2} = \mathbf{F}_\alpha^{total}$$

- m_α : α 番目の質量
- \mathbf{r}_α : 時刻 t における α 番目の質点の位置ベクトル
- $\mathbf{F}_\alpha^{total}$: α 番目の質点に働く合力

$ma = \mathbf{F}$ と $\mathbf{F} = ma$ のどちらが正しいの？

- 与えられた力から物質の運動を予測する (因果方程式)
- 物質の運動から働いている力の性質を推測する (力の定義式)

→ 運動方程式はどちらもとも見なせる (正解)

然し、この双方向の関係 (両義性) が力学の原理である運動方程式の論理的地位を曖昧にしている...

Newton 力学の両義性

両義性の原因は何？

- Newton 力学では「物質」と「場」を別種の存在としている
- 場は力学の外にある、与えられたモノとする
- 各「物質」は与えられた「場」から個別に作用を受けている
→ これを「力」という概念にまとめている

Newton 力学は物質と場の二元論であり、物体自体を個々に力学的対象として扱う

この両義性を解決できないの？

→ 場の量子論において解決されそう！！

- 場の量子論では物質と場の両方を量子化しようとする
- 個々の粒子ではなく粒子系そのものが単一の対象として扱われる
- 粒子系と場が同レベルの量子化された場とみなされる
→ 同種の方程式で統一的に扱われる。

解析力学は Newton 力学 \rightarrow 場の量子論の橋渡し!!
解析力学はこのような力学の定式化を可能にした

- 質点系全体が単一の力学的対象として扱われる
- 物質の力学 (有限自由度) と場の力学 (無限自由度) が同一の数学的枠組みで記述される
- 個々の物質に働く力の情報を必要としない

最後に

解析力学は「量子力学を早く学びたいから」という理由で、Hamiltonian まで進めて適当に終わらせる人が多い気がします

解析力学もとても面白い分野なので、皆さんも解析力学の沼に入りましょう！！

運動が超曲面 N に限定される
 \Leftrightarrow 質点を N 上に拘束する為の強制力が働いている
よってこの時の運動方程式は

$$m_\alpha \frac{d^2 \mathbf{r}_\alpha}{dt^2} = \mathbf{F}_\alpha + \mathbf{F}'_\alpha$$